

4. Übungsblatt zur PC II, Statistik und Kinetik (WS 2006/07) Prof. Brutschy

Ausgabe: 07.11.2006

Abgabe: 14.11.2006

Aufgabe 1 (Entropie)

(1 Punkt)

In einem System mit N unterscheidbaren Teilchen seien die möglichen Energiezustände $E_1, E_2, E_3, \dots, E_N$.

- a) Berechnen Sie die Entropie für den Fall, dass sich die Teilchen gleichmäßig auf alle Zustände verteilen.
- b) Berechnen Sie die Entropie für den Fall, dass sich alle Teilchen in einem Zustand befinden.

Aufgabe 2 (Entropie eines Zweiniveausystems)

(3 Punkte)

Gegeben seien N unterscheidbare Teilchen in einem Zweiniveausystem mit Energie $\varepsilon_1 = 0$ und $\varepsilon_2 = \varepsilon$.

- a) Leiten Sie ausgehend von der Zustandssumme einen Ausdruck für die Entropie her.
- b) Berechnen Sie die Entropie für den Fall $T \rightarrow \infty$.

Aufgabe 3 (Schwingungszustandssumme)

(3 Punkte)

Die Schwingungsenergieniveaus eines zweiatomigen Moleküls sind gegeben durch:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu, \text{ wobei } n = 0, 1, 2, \dots$$

- a) Zeigen Sie, dass die molekulare Schwingungszustandssumme gegeben ist durch

$$z = \frac{e^{-\frac{\beta h \nu}{2}}}{1 - e^{-\beta h \nu}}.$$

- b) Leiten Sie aus der Zustandssumme z den Ausdruck für die mittlere Energie pro Molekül ab.
- c) Berechnen Sie den Anteil an O_2 und Br_2 im Schwingungsgrundzustand bei 300 K, mit $\tilde{\nu} = 1580 \text{ cm}^{-1}$ und $\tilde{\nu} = 325 \text{ cm}^{-1}$, für O_2 und Br_2 .

Hinweis: $\sum_{t=0}^{\infty} x^t = \frac{1}{1-x}$ wenn $x < 1$.

b.w.

Aufgabe 4 (Boltzmannverteilung)

(3 Punkte)

Betrachten Sie ein System mit N Teilchen, von denen sich n_0 Teilchen im Grundzustand und n_k Teilchen im k -ten angeregten Zustand befinden. Anschließend werde ein Teilchen vom Grundzustand durch Zuführen der Energie $dq = \varepsilon_k - \varepsilon_0$ in den k -ten Zustand angeregt, wobei gilt:

$$dS = S_{\text{Ende}} - S_{\text{Anfang}} = \frac{dq}{T}.$$

Leiten Sie ausgehend von $S = k_B \ln \Omega$ die Beziehung $\frac{n_k}{n_0} = e^{-\frac{(\varepsilon_k - \varepsilon_0)}{k_B T}}$ her. Nehmen Sie an, dass $n_k \gg 1$.