Übungsaufgaben zur Laserspektroskopie / SS 2019 / M. Braun **Blatt 2**

10.05.2019

wird am 17.05.2019 besprochen

Aufgabe 6: Theoreme zur Fourier-Transformation

Eine Funktion $f(t)$ und deren Fouriertransformierte $F(\omega)$ sind verknüpft durch:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \qquad \text{und} \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

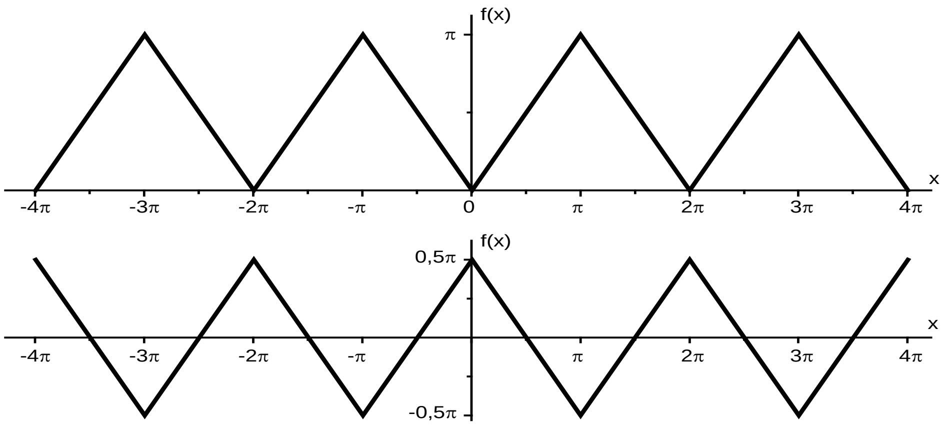
Zeigen Sie die folgenden Zusammenhänge:

a) Skalierungstheorem: $f(at) \leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$

b) Verschiebungstheorem: $f(t - \tau) \leftrightarrow F(\omega) \cdot e^{-i\omega\tau}$

Aufgabe 7: Fourierreihe

Bestimmen Sie die Fourierreihen der beiden 2π-periodischen Funktionen in der Abbildung (unten), indem Sie die Fourierkoeffizienten bis zur 3. Ordnung explizit berechnen.



Aufgabe 8: Faltung

Die Fouriertransformierte $F(k)$ einer Funktion $f(x)$ sei definiert durch die Beziehung:

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-ikx} dx$$

und die Faltung $h(x)$ sei definiert durch:

$$h(x) = f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x - x')g(x')dx'$$

a) Zeigen Sie, dass für die Fouriertransformierte $H(k)$ der Faltung $h(x) = f(x) * g(x)$ der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ gilt:

$$H(k) = F(k)G(k)$$

b) Für Fortgeschrittene: Berechnen Sie das Beugungsbild eines Doppelspalts (Breite der Spalte d, Abstand der Spalte x_0).
Tipp: Verwenden Sie zur Konstruktion des Doppelspalts eine Faltung aus Rechteckfunktion und der Summe zweier Delta-Funktionen.