

**4. Übungsblatt zur PC II, Statistik und Kinetik (WS 2006/07)**  
**Prof. Brutschy**

Ausgabe: 07.11.2006

Abgabe: 14.11.2006

**Aufgabe 1 (Entropie)**

(1 Punkt)

In einem System mit  $N$  unterscheidbaren Teilchen seien die möglichen Energiezustände  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_N$ .

- a) Berechnen Sie die Entropie für den Fall, dass sich die Teilchen gleichmäßig auf alle Zustände verteilen.
- b) Berechnen Sie die Entropie für den Fall, dass sich alle Teilchen in einem Zustand befinden.

**Aufgabe 2 (Entropie eines Zweiniveausystems)**

(3 Punkte)

Gegeben seien  $N$  unterscheidbare Teilchen in einem Zweiniveausystem mit Energie  $\varepsilon_1 = 0$  und  $\varepsilon_2 = \varepsilon$ .

- a) Leiten Sie ausgehend von der Zustandssumme einen Ausdruck für die Entropie her.
- b) Berechnen Sie die Entropie für den Fall  $T \rightarrow \infty$ .

**Aufgabe 3 (Schwingungszustandssumme)**

(3 Punkte)

Die Schwingungsenergieniveaus eines zweiatomigen Moleküls sind gegeben durch:

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \text{ wobei } n = 0, 1, 2, \dots$$

- a) Zeigen Sie, dass die molekulare Schwingungszustandssumme gegeben ist durch

$$z = \frac{e^{-\frac{\beta h \nu}{2}}}{1 - e^{-\beta h \nu}}.$$

- b) Leiten Sie aus der Zustandssumme  $z$  den Ausdruck für die mittlere Energie pro Molekül ab.
- c) Berechnen Sie den Anteil an  $\text{O}_2$  und  $\text{Br}_2$  im Schwingungsgrundzustand bei 300 K, mit  $\tilde{\nu} = 1580 \text{ cm}^{-1}$  und  $\tilde{\nu} = 325 \text{ cm}^{-1}$ , für  $\text{O}_2$  und  $\text{Br}_2$ .

Hinweis:  $\sum_{t=0}^{\infty} x^t = \frac{1}{1-x}$  wenn  $x < 1$ .

b.w.

**Aufgabe 4 (Boltzmannverteilung)**

(3 Punkte)

Betrachten Sie ein System mit  $N$  Teilchen, von denen sich  $n_0$  Teilchen im Grundzustand und  $n_k$  Teilchen im  $k$ -ten angeregten Zustand befinden. Anschließend werde ein Teilchen vom Grundzustand durch Zuführen der Energie  $dq = \varepsilon_k - \varepsilon_0$  in den  $k$ -ten Zustand angeregt, wobei gilt:

$$dS = S_{\text{Ende}} - S_{\text{Anfang}} = \frac{dq}{T}.$$

Leiten Sie ausgehend von  $S = k_B \ln \Omega$  die Beziehung  $\frac{n_k}{n_0} = e^{-\frac{(\varepsilon_k - \varepsilon_0)}{k_B T}}$  her. Nehmen Sie an, dass  $n_k \gg 1$ .